

ZAKRES MATERIAŁU OBOWIAZUJĄCEGO DO EGZAMINU POPRAWKOWEGO

KLASA I

LICZBY

- działania w zbiorze liczb rzeczywistych, z uwzględnieniem działań na potęgach i pierwiastkach
- obliczanie logarytmów z definicji
- uwalnianie niewymierności z mianownika ułamka
- wyrazy podobne i ich redukcja
- wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów
- działania na wyrażeniach algebraicznych

Przykładowe zadania:

Zad. 1. Oblicz: a) $3 - \left(2\frac{1}{2} - 0,25\right) : (-9,5) =$

b) $2\sqrt{48} + \sqrt{3}(5 - \sqrt{3}) =$

Zad. 2. Oblicz wartość wyrażenia:

a) $8 \cdot 2^{-3} + 4 \cdot 27^{-\frac{1}{3}} - 3 \cdot 8^{\frac{2}{3}}$

Zad. 3. Usuń niewymierność z mianownika:

$$\frac{4 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3} - 2} =$$

Zad. 4. Doprowadź do prostszej postaci: $(x-3)^2 - (2x-1)(2x+1) + 3x(4x-2) =$

Zad. 5. Przedstaw w postaci potęgi o podstawie 3

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{9^2}}{3}$$

Zad. 6. Oblicz:

a) $\log_2 32$ b) $\log_3 \frac{1}{27} =$

RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

- równania i nierówności liniowe z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
- algebraiczne rozwiązywanie układów równań liniowych
- zaznaczanie przedziałów liczbowych na osi liczbowej, z uwzględnieniem działań na przedziałach
- podstawowe równania i nierówności z wartością bezwzględną
- zastosowanie obliczeń i porównań procentowych do rozwiązywania zadań tekstowych

Przykładowe zadania:

Zad. 1. Rozwiąż równanie: $(2x-1)^2 = (4x-3)(x+2)$

Zad. 2. Rozwiąż nierówność: $2 - \frac{6-3x}{4} \geq 5x - \frac{3}{2}$

Zad. 3. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 3y = 3 \\ 4(x-1) + 2(y-2) = -2 \\ 4x - y = 3 \\ 2x + 3y = 1 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$$

Zad. 4. Rozwiąż równania i nierówności modułowe:

a) $|x-2| = 3$

b) $|3-x| \leq 5$.

Zad. 5. Wyznacz zbiory: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ jeśli $A = (-\infty, 3)$, $B = (-1, 4)$.

Zad. 6. Ile kosztowała przed 20% obniżką książka, której obecna to 36 zł.

Zad. 7. Kasia ma kieszonkowego 200 zł, a Ania 150 zł.

- o ile procent więcej ma Kasia

- o ile procent mniej ma Ania?

FUNKCJE

- definicja funkcji
- wyznaczanie dziedziny funkcji i miejsca zerowego
- odczytywanie własności funkcji na podstawie wykresu
- przekształcenia wykresów funkcji w układzie współrzędnych
- wykres i własności funkcji liniowej

Przykładowe zadania:

Zad. 1 Wyznacz dziedzinę funkcji:

a) $f(x) = \frac{1}{3-x}$

b) $f(x) = \sqrt{1-4x}$

Zad.2. Oblicz miejsce zerowe funkcji:

a) $f(x) = 5x - 2$

b) $f(x) = \sqrt{2x + 8}$

c) $f(x) = \frac{9-3x}{|6-2x|}$

d) $f(x) = |4x - 2| + 3$

Zad. 3. Na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (Podręcznik str. 226 zad. 6.9) określ:

- dziedzinę funkcji,
- zbiór wartości,
- miejsce zerowe,
- zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne,
- zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie,
- maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała,
- wartość największą i najmniejszą funkcji (o ile istnieją)

Zad. 4. Dany jest wykres funkcji f (Podr str .261 z.10.1 a)b)e)

Wykonując odpowiednie przekształcenie (**napisz jakie**) naszkicuj wykresy nowych funkcji:

$f_1(x) = f(-x)$

$f_2(x) = f(x-2)$

$f_3(x) = -f(-x)$

$f_4(x) = f(x)-3$

$f_5(x) = -f(x)$

$f_6(x) = f(x+3)+1$

Zad.5. Narysuj wykres i odczytaj własności funkcji liniowej: $f(x) = -4x+3$. (patrz zad.3)

FUNKCJA LINIOWA

- definicja funkcji liniowej i jej wykres
- wyznaczanie wzoru funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dwa dane punkty
- wyznaczanie wzoru funkcji, której wykres jest równoległy, prostopadły do danej funkcji i przechodzi przez dany punkt
- obliczanie miejsca zerowego, określanie przedziałów monotoniczności i przedziałów tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie, ujemne.
- algebraiczne i geometryczne rozwiązywanie układów równań liniowych

Przykładowe zadania:

Zad. 1 1. Narysuj wykres funkcji: $f(x) = -2x + 5$. Narysuj jej wykres i opisz własności:

1). Dziedzina

2). Zbiór wartości

3). Miejsca zerowe

4). Wartości dodatnie ujemne

5). Monotoniczność

6). Wartości ekstremalne

7). Oblicz: $f(-2) =$

argum. x , dla których $f(x) = 4$

argum. x , dla których $f(x) < -3$

8) Wyznacz wzór funkcji której wykres jest równoległy (prostopadły) i przechodzi przez punkt $(-1, 4)$.

Zad. 2 Wyznacz wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkty: $(-3, 4)$, $(1, -4)$.

Zad. 3 Rozwiąż algebraicznie i graficznie układ równań:
$$\begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$$

FUNKCJA KWADRATOWA

- postać kanoniczna f.kwadrat., współrzędne wierzchołka paraboli
- postać ogólna f.kwadrat.
- postać iloczynowa f.kwadrat.
- obliczanie wyróżnika i miejsc zerowych
- równania i nierówności kwadratowe
- wykres i własności f. kwadratowej

Przykładowe zadania:

Zad. 1 Doprowadź do pozostałych dwóch postaci funkcje:

$$f(x) = 2x^2 - 8$$

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)$$

$$f(x) = -(x - 1)^2 + 4$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

Zad. 2

Rozwiąż równania i nierówności:

a) $2x^2 - 18x = 0$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

c) $3x^2 - 4x + 1 \geq 0$

d) $3x^2 - 4x + 3 > 0$

WIELOMIANY

- pojęcie wielomianu, jego stopień i pierwiastek
- działania na wielomianach
- rozkładanie wielomianów na czynniki (wyłączanie przed nawias i grupowanie wyrazów)
- równania wielomianowe

Przykładowe zadania:

Zad. 1 Dane są wielomiany: $W(x) = -2x^2 + 5x + 1$, $P(x) = x - 2$, $Q(x) = 6x^3 + x^2 - 3x - 7$. Wykonaj działania:

$$W(x) - 3Q(x) =$$

$$Q(x) + W(x)P(x) =$$

$$Q(x):P(x) =$$

Zad. 2 Dany jest wielomian $F(x) = -7x^3 + 16x^2 - 5x + 10$. Sprawdź czy liczba -1 jest jego pierwiastkiem

Zad. 3 Rozwiąż równania:

$$2x^3 + 2x^2 - 12x = 0$$

$$27x^3 = -8$$

$$5x^3 - 6x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$-3(x-1)^2(x+2)(x^2-4) = 0$$

WYRAŻENIA WYMIERNE

- dziedzina wyrażeń wymiernych
- działania na wyrażeniach wymiernych
- równania wymierne

Przykładowe zadania:

Zad. 1. Określ dziedzinę podanych wyrażeń: $\frac{2x-1}{3x^2-2x-1}$, $\frac{4}{3x(x-5)(x^2+1)}$

Zad. 2. Wykonaj działania (podaj dziedzinę):

$$\left(\frac{3x}{x-2}\right) \div \left(\frac{15}{x^2-4}\right) =$$

$$2x + \frac{x}{x+3} =$$

$$\frac{-2x}{x-1} - \frac{3x+4}{x+1} =$$

Zad. 3. Rozwiąż równania:

$$\frac{3x}{x-1} = 4$$

$$\frac{2x-1}{x+1} = \frac{-x+5}{2x-1}$$

GEOMETRIA PŁASKA I TRYGNOMETRIA

- kąty w kole
- twierdzenie Talesa
- podobieństwo trójkątów
- funkcje trygonometryczne kąta ostrego i rozwartego (dla klas 2a,2c)
- zastosowanie funkcji trygonometrycznych w obliczaniu pól i obwodów figur płaskich (dla klas 2a,2c)

Przykładowe zadania:

Podręcznik: str 175, zad.3.13,3.15

str 183-4, zad.4.2,4.3

str 208-9, zad.6.2,6.3,6.6,6.7

str 230-231,238,262,264 zad.1.7,1.10,1.12,1.16,1.17,2.6,2.8,5.3, zad.7

Dot. Klasy IId - FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA - patrz klas III

TRYGONOMETRIA

- funkcje trygonometryczne kąta ostrego i rozwartego
- zastosowanie funkcji trygonometrycznych w obliczaniu pól i obwodów figur płaskich

Przykładowe zadania:

Zad.1 Oblicz wartość wyrażenia: $2\sin\alpha - \operatorname{tg}\alpha$ *jeśli: $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$*

Zad.2 Uprościć wyrażenie: $(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) \cos^2\alpha =$

Zad.3 Oblicz:

a) $\frac{\sin 90^\circ}{\operatorname{tg} 150^\circ} - \frac{\sin 135^\circ}{2 \cos 120^\circ} =$

b) $\frac{\operatorname{tg} 33^\circ \cdot \operatorname{tg} 57^\circ - 2}{\sin^2 18^\circ + \sin^2 72^\circ} =$

Zad. 4 Rozwiąż trójkąt prostokątny, w którym przeciwprostokątna wynosi 12, a jeden z kątów ostrych ma miarę 30° .

Zad. 5 Na końcowym ramieniu kąta α leży punkt $A = (-\sqrt{2}, 4)$. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta α .

Wyznacz wartość kąta α z dokładnością do 1° .

FUNKCJA WYKŁADNICZA I POTĘGOWA

- potęga o wykładniku rzeczywistym
- działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym
- definicja logarytmu
- obliczanie logarytmów liczby na podstawie definicji
- obliczanie wartości wyrażeń zawierających logarytmy z zastosowaniem poznanych twierdzeń na logarytmach (tw. o sumie logarytmów, tw. o różnicy logarytmów, tw. o logarytmie potęgi)
- definicja funkcji wykładniczej i logarytmicznej oraz ich wykresy

Przykładowe zadania:

Zad.1. Zastosuj odpowiednie twierdzenia i doprowadź do prostszej postaci:

a) $\left(3\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(3\frac{1}{2}\right)^{-7} =$

b) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-2} : (1,2)^{-2} =$

c) $\frac{(5^2)^{-3} : 25^2}{25 \cdot 5^{-4}} =$

d) $\frac{(x^3)^{-2} \cdot x^7}{(x^2)^4 \cdot x^3 : (x^2)^3} =$

Zad 2. Oblicz: $\log_2 8 =$

a) $\log 0,01 =$

b) $\log_{\frac{2}{5}} 2\frac{7}{9} =$

c) $\log_{27} 3 =$

d) $\log_2 \sqrt[3]{\frac{1}{16}} =$

e) $\log_{\frac{1}{2}} 2^5 =$

f) $\log 50 + \log 3 - \log 1,5 =$

g) $\frac{3 \log_{11} 2}{\log_{11} 15 - \log_{11} 30} =$

Zad. 3 Do wykresu funkcji wykładniczej $f(x) = a^x, a > 0$, należy punkt $P(-3, 64)$. Wyznacz a .

GEOMETRIA ANALITYCZNA

- równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej
- długość i środek odcinka
- równania prostej prostopadłej do danej prostej, prostej równoległej do danej prostej
- odległość punktu od prostej
- równanie okręgu

Przykładowe zadania:

Zad.1 Dane są punkty $A=(-2,3)$, $B=(6,-1)$, $C=(1,9)$. Oblicz:

- a) długości odcinków wyznaczonych przez te punkty
- b) równanie prostej przechodzącej przez punkty A i B
- c) równanie prostych równoległej i prostopadłej do prostej AB i przechodzących przez punkt C
- d) odległość punktu C od prostej AB
- e) pole i obwód trójkąta ABC
- f) środek odcinka AB

Zad. 2 Dany jest okrąg $(x-3)^2+(y+1)^2=5$.

- a) wyznacz środek i promień okręgu.
- b) sprawdź czy punkt $A(-2,5)$ należy do okręgu.

Zad. 3 Wyznacz punkty przecięcia się prostej $y = -x-4$ i okręgu $(x+2)^2+(y-3)^2=25$.

CIĄGI LICZBOWE

- wyznaczanie wyrazów ciągu, wzoru na wyraz ogólny ciągu liczbowego
- wyznaczanie wyrazów ciągu arytmetycznego
- zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego
- wyznaczanie sumy n - początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- wyznaczanie wyrazów ciągu geometrycznego
- zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego
- wyznaczanie sumy n - początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

Przykładowe zadania:

Zad.1. Dany jest ciąg arytmetyczny rosnący (a_n) w którym czwarty wyraz wynosi 8, a jedenasty wynosi -20 .

Wyznacz wzór ogólny ciągu.

Zad. 2 Dany jest ciąg wzorem $a_n = -4n + 7$

- a) wyznacz jego pierwszy wyraz, różnicę i wyrazy a_{100} ,
- b) który wyraz tego ciągu wynosi -77
- c) jakie wyrazy tego ciągu są mniejsze od -12
- d) oblicz S_{20}

Zad.3 Wyznacz wzór ogólny ciągu geometrycznego i oblicz S_4 jeśli: $a_3=12$, $a_6=96$.

Zad. 4 Dla jakiej wartości k trzy liczby $(k+1, 3k+3, 5k+4)$ tworzą kolejne wyrazy ciągu geometrycznego.

KLASA IV

- równania i nierówności kwadratowe
- równania wielomianowe
- równania wymierne
- ciąg arytmetyczny
- pola i objętość graniastosłupów prostych
- rachunek prawdopodobieństwa i kombinatoryka

PRZYKŁADOWE ZADANIA

Zad. 1 Rozwiąż nierówność kwadratową: $-2x^2 - 6x > -8$.

Zad. 2 Rozwiąż równanie: $-3x^2 + 6x^2 + x - 2 = 0$

Zad. 3 Rozwiąż równanie $\frac{4x-1}{x+2} = x - 2$.

Zad. 4 Wyznacz wzór na wyraz ogólny ciągu arytmetycznego wiedząc, że: $a_3 = -5$, $a_6 = 1$. Oblicz sumę 12-tu początkowych wyrazów tego ciągu.

Zad. 5 Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej graniastostupa prawidłowego czworokątnego o danych: krawędzi podstawy 5 i przekątnej ściany bocznej 13.

Zad. 6 Oblicz prawdopodobieństwo, zdarzenia że w dwukrotnym rzucie kostką wypadnie suma oczek na obu kostkach równa 7.

Zad. 7 Dane są liczby. $\{11, 5, 2, 3, 13, 11, 2, 5, 6, 9, 5\}$

a) oblicz średnią arytmetyczną zestawu danych

b) wyznacz medianę i dominantę zestawu